

Օժտված երեխաների մրցույթ «Քվանտ 2025»

Գրավոր փուլ

5-րդ դասարան

1. Հայտնի է, որ առաջին ծորակը դատարկ ավագանը կարող է լրիվ լցնել ջրով 10 րոպեում, իսկ երկրորդ ծորակը կարող է դա անել 15 րոպեում: Բացի այդ, եթե ավագանը լիքը լցված է ջրով, ապա նրանում խցանը հանելուց հետո այն կդատարկվի 12 րոպեում:
ա) Դատարկ ավագանի n ր մասը կլցվի ջրով, եթե երկու ծորակները գործեն համատեղ 1 րոպե:
բ) Դատարկ ավագանի n ր մասը կլցվի ջրով, եթե առաջին ծորակը գործի 2 րոպե, իսկ երկրորդը՝ 3 րոպե:
գ) Քանի՞ րոպեում դատարկ ավագանը լրիվ կլցվի ջրով, եթե երկու ծորակները գործեն համատեղ:
դ) Եթե դատարկ ավագանում խցանը հանված է, նրա n ր մասը կլցվի ջրով, եթե երկու ծորակները գործեն համատեղ 4 րոպե:
2. Միաժամանակ դուրս գալով նավամատույցից, ջերմանավը և մոտորանավակը շարժվեցին նույն ուղղությամբ, համապատասխանաբար 24 կմ/ժ և 15 կմ/ժ արագություններով: Շարժվելուց 4 ժամ հետո ջերմանավը խրվեց լճի ծանծաղուտներում՝ չկարողանալով շարժվել: Որոշ ժամանակ անց, դուրս գալով ծանծաղուտներից, ջերմանավը 1 ժամ հետո հասավ մոտորանավակին: Ջերմանավը որքա՞ն ժամանակ մնաց լճի ծանծաղուտներում:
3. Մինչ հայրը անում է 3 քայլ, նրա աղջիկը անում է 5 քայլ: Մինչ նրա աղջիկը անում է 3 քայլ, նրա տղան անում է 5 քայլ: Քանի՞ քայլ է անում հայրը այն ժամանակահատվածում, երբ քույրը և եղբայրը միասին անում են 400 քայլ:
4. Աշակերտը դասից ուշացավ 35 րոպե և որոշեց գնալ խանութ պաղպաղակ գնելու: Երբ նա վերադարձավ խանութից, պարզվեց, որ երկրորդ դասը սկսվել է: Տեսնելով, որ նորից ուշացել է, երկրորդ անգամ գնաց խանութ պաղպաղակ գնելու, իսկ երբ վերադարձավ, պարզվեց, որ նորից ուշացել է, ընդ որում չորրորդ դասը սկսելուն դեռ 50 րոպե ժամանակ կա: Ինչքա՞ն ժամանակում կարող է աշակերտը դպրոցից գնալ խանութ և վերադառնալ, եթե նա շարժվում է հաստատուն արագությամբ, իսկ դասը դասամիջոցի հետ միասին տևում է 55 րոպե:
5. Կատվի երկու ամենաթեթև ձագերի քաշերի գումարը 80գ է, իսկ չորս ամենածանր ձագերի քաշերի գումարը՝ 200գ է: Քանի՞ ձագ ունի կատուն, եթե նրա բոլոր ձագերի քաշերի գումարը 500գ է:

Օժտված երեխաների մրցույթ «Քվանտ 2025»

Գրավոր փուլ

6-րդ դասարան

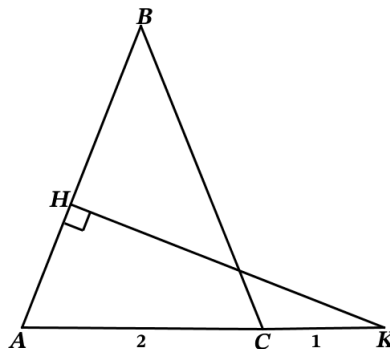
1. Հայտնի է, որ առաջին ծորակը դատարկ ավագանը կարող է լրիվ լցնել ջրով 12 րոպեում, իսկ երկրորդ ծորակը կարող է դա անել 6 րոպեում: Բացի այդ, եթե ավագանը լիքը լցված է ջրով, ապա նրանում խցանը հանելուց հետո այն կդատարկվի 8 րոպեում:
ա) Դատարկ ավագանի n° մասը կլցվի ջրով, եթե երկու ծորակները գործեն համատեղ 1 րոպե:
բ) Դատարկ ավագանի n° մասը կլցվի ջրով, եթե առաջին ծորակը գործի 3 րոպե, իսկ երկրորդը՝ 2 րոպե:
գ) Քանի՞ րոպեում դատարկ ավագանը լրիվ կլցվի ջրով, եթե երկու ծորակները գործեն համատեղ:
դ) Եթե դատարկ ավագանում խցանը հանված է, քանի՞ րոպեում այն լրիվ կլցվի ջրով, եթե երկու ծորակները գործեն համատեղ:
2. $6^{\text{ա}}$ և $6^{\text{բ}}$ դասարաններից յուրաքանչյուրում կա 30-ական աշակերտ, ընդ որում ամեն մի դասարանում կա 15 տղա և 15 աղջիկ: Այն քանից հետո, երբ $6^{\text{բ}}$ դասարանից 10 աշակերտ տեղափոխվեց $6^{\text{ա}}$ դասարան, $6^{\text{ա}}$ դասարանում տղաների քանակը դարձավ 40%: Իսկ որքա՞ն դարձավ $6^{\text{բ}}$ դասարանի տղաների տոկոսը:
3. Գտնել բոլոր այն դրական անկրճատելի կոտորակները, որոնք 3 անգամ մեծանում են համարիչն ու հայտարարը միաժամանակ 12-ով մեծացնելիս:
4. Դիցուք n -ը բնական թիվ է: n ; $4n + 17$; $7n + 1$; $9n + 7$ թվերից ամենաշատը քանի՞սը կարող են լինել պարզ թիվ:
5. Աշակերտը ինը հաջորդական բնական թվերից առաջին երեք թվերի գումարը բազմապատկել է հաջորդ երեք թվերի գումարով, այնուհետև ստացվածը բազմապատկել է վերջին երեք թվերի գումարով և ստացել է 99999999: Չի սխալվել արդյո՞ք աշակերտը (պատասխանը հիմնավորել):

Օժտված երեխաների մրցույթ «Քվանտ 2025»

Գրավոր փուլ

7-րդ դասարան

1. Հայտնի է, որ առաջին ծորակը դատարկ ավազանը կարող է լրիվ լցնել ջրով 18 րոպեում, իսկ երկրորդ ծորակը կարող է դա անել 9 րոպեում: Բացի այդ, եթե ավազանը լիքը լցված է ջրով, ապա նրանում խցանը հանելուց հետո այն կդատարկվի 24 րոպեում:
ա) Դատարկ ավազանի ո՞ր մասը կլցվի ջրով, եթե առաջին ծորակը գործի 2 րոպե, իսկ երկրորդը՝ 6 րոպե:
բ) Քանի՞ րոպեում դատարկ ավազանը լրիվ կլցվի ջրով, եթե երկու ծորակները գործեն համատեղ:
գ) Քանի՞ րոպեում դատարկ ավազանը լրիվ կլցվի ջրով, եթե սկզբից 2 րոպե գործի միայն երկրորդ ծորակը, իսկ հետո երկու ծորակները գործեն համատեղ:
դ) Եթե դատարկ ավազանում խցանը հանված է, քանի՞ րոպեում այն լրիվ կլցվի ջրով, եթե երկու ծորակները գործեն համատեղ:
2. Գտնել $\frac{3^2+1}{3^2-1} + \frac{5^2+1}{5^2-1} + \frac{7^2+1}{7^2-1} + \dots + \frac{99^2+1}{99^2-1}$ արտահայտության արժեքը:
3. Գտնել $3x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 + y^2$ արտահայտության բոլոր հնարավոր արժեքները, եթե հայտնի է, որ $x^2 + y^2 = 1$:
4. ABC եռանկյան մեջ տարված է BL կիսորդը: Հայտնի է, որ $\angle B = 120^\circ$ և $BC + CL = AB$: Գտնել A անկյան աստիճանային չափը:
5. ABC հավասարասրուն եռանկյան AC հիմքի շարունակության վրա (տես նկարը) K կետը վերցված է այնպես, որ $CK = 1$ սմ: AB կողմի վրա H կետն այնպիսին է, որ KH -ը ուղղահայաց է AB -ին և $AH = 1$ սմ: Գտնել ABC եռանկյան պարագիծը, եթե $AC = 2$ սմ:



Օժտված երեխաների մրցույթ «Քվանտ 2025»

Գրավոր փուլ

8-րդ դասարան

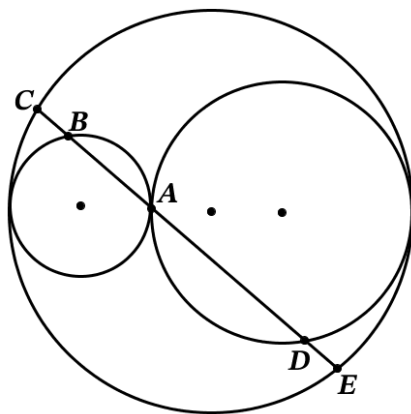
1. Հայտնի է, որ առաջին ծորակը դատարկ ավազանը կարող է լրիվ լցնել ջրով 15 րոպեում, իսկ երկրորդ ծորակը կարող է դա անել 10 րոպեում: Բացի այդ, եթե ավազանը լիքը լցված է ջրով, ապա նրանում խցանը հանելուց հետո այն կդատարկվի 18 րոպեում:
 - ա) Քանի՞ րոպեում դատարկ ավազանը լրիվ կլցվի ջրով, եթե երկու ծորակները գործեն համատեղ:
 - բ) Քանի՞ րոպեում դատարկ ավազանը լրիվ կլցվի ջրով, եթե սկզբից 2 րոպե գործի միայն երկրորդ ծորակը, իսկ հետո երկու ծորակները գործեն համատեղ:
 - գ) Եթե դատարկ ավազանում խցանը հանված է, քանի՞ րոպեում այն լրիվ կլցվի ջրով, եթե երկու ծորակները գործեն համատեղ:
 - դ) Ավազանը դատարկ էր, երբ երկու ծորակները սկսեցին գործել: 3 րոպե համատեղ գործելուց հետո ավազանի խցանը հանվեց: Այդ պահից սկսած, քանի՞ րոպեում ծորակները ավազանը լրիվ կլցնեն ջրով:
2. Գտնել բոլոր այն x և y բնական թվերը, որոնք բավարարում են $4x^2y - y - 4x^2 = 56$ հավասարմանը:
3. Գտնել այն բոլոր բնական թվերը, որոնք վերջանում են 91-ով, և եթե ջնջենք այդ վերջին երկու նիշերը, ապա թիվը կփոքրանա ամբողջաթիվ անգամ:
4. Եռանկյուն ABC -ում $\angle A = 2\angle C$, BC կողմը 2 սմ-ով մեծ է AB կողմից, իսկ $AC = 5$ սմ: Գտնել AB -ն և BC -ն:
5. $ABCD$ քառանկյան AB , BC և CD կողմերի վրա նշված են համապատասխանաբար K , L և M կետերը այնպես, որ $\frac{DM}{MC} = \frac{CL}{LB} = 2$ և $\frac{AK}{KB} = 5$: Հայտնի է, որ $AB \perp LK$ և $DC \perp LM$: Ապացուցել, որ $AC = BD$:

Օժտված երեխաների մրցույթ «Քվանտ 2025»

Գրավոր փուլ

9-րդ դասարան

1. Հայտնի է, որ առաջին ծորակը դատարկ ավազանը կարող է լրիվ լցնել ջրով 15 րոպեում, իսկ երկրորդ ծորակը կարող է դա անել 10 րոպեում: Բացի այդ, եթե ավազանը լիքը լցված է ջրով, ապա նրանում խցանը հանելուց հետո այն կդատարկվի 18 րոպեում:
ա) Քանի՞ րոպեում դատարկ ավազանը լրիվ կլցվի ջրով, եթե երկու ծորակները գործեն համատեղ:
բ) Քանի՞ րոպեում դատարկ ավազանը լրիվ կլցվի ջրով, եթե սկզբից 4 րոպե գործի միայն առաջին ծորակը, իսկ հետո երկու ծորակները գործեն համատեղ:
գ) Եթե դատարկ ավազանում խցանը հանված է, քանի՞ րոպեում այն լրիվ կլցվի ջրով, եթե երկու ծորակները գործեն համատեղ:
դ) Ավազանը դատարկ էր և խցանը հանված: Երբ երկու ծորակները 3 րոպե համատեղ գործեցին, ավազանը փակվեց խցանով, իսկ ծորակները շարունակեցին իրենց համատեղ աշխատանքը: Արդյունքում քանի՞ րոպեում ավազանը լցվեց ջրով:
2. Լուծել $(x^2 - x + 1) \cdot (3x^2 - 10x + 3) = 20x^2$ հավասարումը:
3. Հայտնի է, որ $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1$: Ապացուցել, որ $x + y = 0$:
4. ABC եռանկյան մեջ տարված են A և B անկյունների կիսորդները: Եռանկյան C գագաթով տարված են զուգահեռ ուղիղներ այդ կիսորդներին, որոնք կիսորդների հետ հատվում են համապատասխանաբար E և D կետերում, ընդ որում $DE \parallel AB$: Ապացուցել, որ $AC = CB$:
5. Երեք շրջաններ զույգ առ զույգ շոշափում են միմյանց (տես նկարը): Երկու փոքր շրջանագծերի շոշափման A կետով տարված է լար, որը շրջանագծերը հատում է B, C, D և E կետերում: Ապացուցել, որ $CB = DE$:



Օժտված երեխաների մրցույթ «Քվանտ 2025»

Լուծումներ և ցուցումներ

Գրավոր փուլ

5-րդ դասարան

- ա) Քանի որ առաջին ծորակը 1 թույլ է տալիս ավագանի $\frac{1}{10}$ մասը, իսկ երկրորդ ծորակը՝ $\frac{1}{15}$ մասը, ապա երկու ծորակների համատեղ գործելու դեպքում կլցվի ավագանի $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$ մասը:

բ) Առաջին ծորակը 2 թույլ է տալիս կլցնի ավագանի $\frac{2}{10}$ մասը, իսկ երկրորդը 3 թույլ է տալիս $\frac{3}{15}$ մասը, հետևաբար միասին կլցնեն $\frac{2}{10} + \frac{3}{15} = \frac{2}{5}$ մասը:

գ) Դիցուք երկու ծորակները համատեղ գործելով ավագանը կարող են լցնել t թույլով, այդ դեպքում առաջին ծորակը կլցնի ավագանի $\frac{t}{10}$ մասը, իսկ երկրորդը՝ $\frac{t}{15}$ մասը: Այսպիսով $\frac{t}{10} + \frac{t}{15} = 1 \Rightarrow \frac{3t+2t}{30} = 1 \Rightarrow 5t = 30 \Rightarrow t = 6$:

դ) Եթե ծորակները գործեն 4 թույլ, ապա առաջինը կլցնի ավագանի $\frac{4}{10}$ մասը, իսկ երկրորդը $\frac{4}{15}$ մասը, քանի որ խցանը հանված է, ապա 4 թույլով կդատարկվի $\frac{4}{12}$ մասը: Այսպիսով՝ $\frac{4}{10} + \frac{4}{15} - \frac{4}{12} = \frac{24+16-20}{60} = \frac{1}{3}$:
- Պարզ է, որ ջերմանավը ամբողջ ճանապարհին ծախսել է $4+1=5$ ժամ, հետևաբար անցել է $5 \cdot 24 = 120$ կմ ճանապարհ: Ակնհայտ է, որ մոտորանավակը նույնպես անցել է 120 կմ ճանապարհ՝ $120:15 = 8$ ժամում, ուրեմն ջերմանավը լճի ծանծաղուտներում մնացել է $8 - 5 = 3$ ժամ: Պատ՝ 3 ժ :
- Երբ հայրը անում է 3 քայլ աղջիկը անում է 5 քայլ, այսինքն եթե հայրը անի 9 քայլ, ապա աղջիկը կանի 15 քայլ, այդ ժամանակում տղան կանի 25 քայլ: Այսպիսով երբ հայրն անում է 9 քայլ, տղան և աղջիկը միասին անում են 40 քայլ: Այսինքն երբ տղան ու աղջիկն անեն $400 = 10 \cdot 40$ քայլ, հայրը կանի $10 \cdot 9 = 90$ քայլ:
- Ենթադրենք տղան x թ-ում գնում է խանութ և վերադառնում: Քանի որ անցել է 2 լրիվ ժամ և չորրորդ ժամը սկսելուն մնացել է 50 ր, իսկ առաջին ժամից նա ուշացել է 35ր, ապա $55 \cdot 3 - 35 - 50 = 2x \Rightarrow 2x = 80 \Rightarrow x = 40$ Պատ՝ 40 թույլ::
- Քանի որ երկու ամենաթեթև ձագերի քաշերի գումարը 80գ է, ապա մնացած յուրաքանչյուր ձագի քաշ մեծ է կամ հավասար 40-ից: Քանի որ չորս ամենածանր ձագերի քաշերի գումարը 200գ է, ապա մնացած յուրաքանչյուր ձագի քաշ փոքր է կամ հավասար 50-ից: Այսպիսով, եթե կատուն ունի x ձագ, ապա.

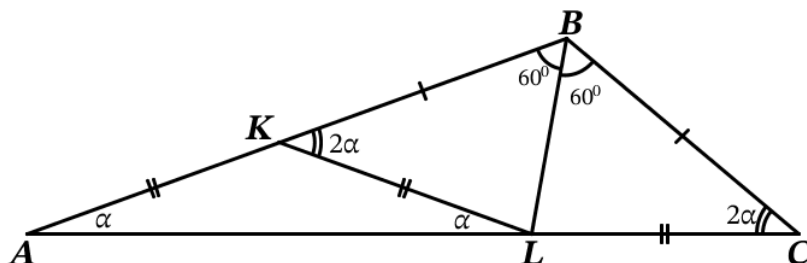
$$\begin{cases} 80 + 200 + (x - 6) \cdot 40 < 500 \\ 80 + 200 + (x - 6) \cdot 50 > 500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 40(x - 6) < 220 \\ 50(x - 6) > 220 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 11,5 \\ x > 10,5 \end{cases} \Rightarrow x = 11:$$

Գրավոր փուլ
6-րդ դասարան

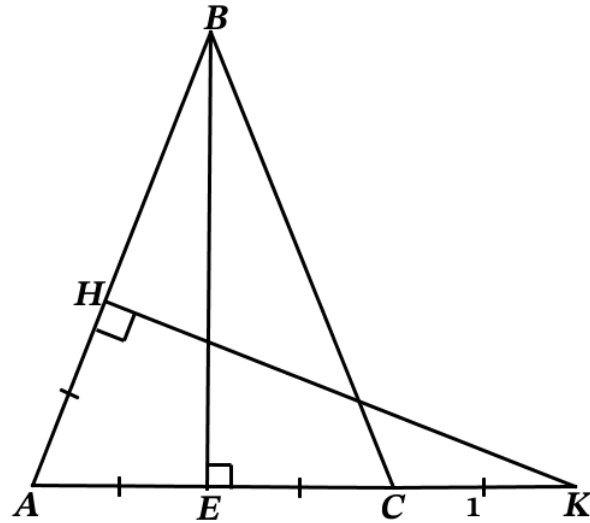
1. ա) Քանի որ առաջին ծորակը 1 թույլեում լցնում է ավազանի $\frac{1}{12}$ մասը, իսկ երկրորդ ծորակը՝ $\frac{1}{6}$ մասը, ապա երկու ծորակների համատեղ գործելու դեպքում կլցվի ավազանի $\frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$ մասը:
- բ) Առաջին ծորակը 3 թույլեում կլցնի ավազանի $\frac{3}{12}$ մասը, իսկ երկրորդը 2 թույլեում՝ $\frac{2}{6}$ մասը, հետևաբար միասին կլցնեն $\frac{3}{12} + \frac{2}{6} = \frac{7}{12}$ մասը:
- գ) Դիցուք երկու ծորակները համատեղ գործելով ավազանը կարող են լցնել t թույլեում, այդ դեպքում առաջին ծորակը կլցնի ավազանի $\frac{t}{10}$ մասը, իսկ երկրորդը՝ $\frac{t}{15}$ մասը: Այսպիսով $\frac{t}{12} + \frac{t}{6} = 1 \Rightarrow \frac{t+2t}{12} = 1 \Rightarrow 3t = 12 \Rightarrow t = 4$:
- դ) Եթե ծորակները գործեն t թույլե, ապա առաջինը կլցնի ավազանի $\frac{t}{12}$ մասը, իսկ երկրորդը՝ $\frac{t}{6}$ մասը, քանի որ խցանը հանված է, ապա t թույլեում կդատարկվի $\frac{t}{8}$ մասը: Այսպիսով՝ $\frac{t}{12} + \frac{t}{6} - \frac{t}{8} = 1 \Rightarrow \frac{2t+4t-3t}{24} = 1 \Rightarrow 3t = 24 \Rightarrow t = 8$:
2. Այն բանից հետո, երբ 6^ր դասարանից 10 աշակերտ տեղափոխվեց 6^ա դասարան, 6^ա դասարանի աշակերտների քանակը դարձավ 40: Այդ դեպքում, ըստ խնդրի պայմանի 6^ա դասարանում տղաների քանակը կլինի $40 \cdot \frac{40}{100} = 16$, ուրեմն 6^ա դասարան տեղափոխվել է 1 տղա և 9 աղջիկ, իսկ 6^ր դասարանում մնացել է 14 տղա և 6 աղջիկ՝ ընդհանուր 20 աշակերտ: Քանի որ $20 \cdot \frac{70}{100} = 14$, ուրեմն 6^ր դասարանում տղաները կկազմեն 70%:
3. Դիցուք $\frac{a}{b}$ -ը անկրճատել կոտորակ է, ըստ խնդրի պայմանի՝
 $3 \cdot \frac{a}{b} = \frac{a+12}{b+12} \Rightarrow 3a(b+12) = b(a+12) \Rightarrow 3ab + 36a = ab + 12b \Rightarrow 2ab = 12b - 36a \Rightarrow$
 $ab = 6b - 18a \Rightarrow b = \frac{6b}{a} - 18$, քանի որ a - ն և b -
ն փոխադարձաբար պարզ են, ապա $a = 1; 2; 3; 6$: Հեշտ է տեսնել, որ այդ կոտորակտ $\frac{2}{9}$ -ն է:
4. Չորս թվերը միաժամանակ չեն կարող լինել պարզ: Իրոք, եթե n -ը գույզ է, ապա միակ գույզ պարզ թիվը 2-ն է, այդ դեպքում $7n + 1$ -ը կլինի 15, որն էլ պարզ թիվ չէ: Եթե n -ը կենտ է, ապա $7n + 1$ -ը 2-ից մեծ գույզ թիվ է, որը պարզ չէ: Այսպիսով խնդրի պայմանին բավարարող կարող է լինել ամենաշատը 3 թիվ: Հեշտ է տեսնել, որ $n = 6$ դեպքում $4n + 17, 7n + 1, 9n + 7$ թվերը պարզ են:
5. Քանի որ ցանկացած երեք հաջորդական բնական թվերի քումարը բաժանվում է 3-ի, ապա այդ երեք եռյակների արտադրյալը կբաժանվի 27-ի, բայց $99999999 = 9 \cdot 11111111$, որը չի բաժանվում 27-ի, քանի որ $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$ չի բաժանվում 3-ի:

Գրավոր փուլ
7-րդ դասարան

1. ա) Առաջին ծորակը 2 թույլում կլցնի ավազանի $\frac{2}{18}$ մասը, իսկ երկրորդը 6 թույլում՝ $\frac{6}{9}$ մասը, հետևաբար միասին կլցնեն $\frac{2}{18} + \frac{6}{9} = \frac{7}{9}$ մասը:
- բ) Դիցուք երկու ծորակները համատեղ գործելով ավազանը կարող են լցնել t թույլում, այդ դեպքում առաջին ծորակը կլցնի ավազանի $\frac{t}{18}$ մասը, իսկ երկրորդը՝ $\frac{t}{9}$ մասը: Այսպիսով $\frac{t}{18} + \frac{t}{9} = 1 \Rightarrow \frac{t+2t}{18} = 1 \Rightarrow 3t = 18 \Rightarrow t = 6$:
- գ) Դիցուք ավազանը լցվել է t թույլում, այդ դեպքում առաջին ծորակը կլցնի ավազանի $\frac{t-2}{18}$ մասը, իսկ երկրորդը՝ $\frac{t}{9}$ մասը: Այսպիսով $\frac{t-2}{18} + \frac{t}{9} = 1 \Rightarrow \frac{t-2+2t}{18} = 1 \Rightarrow 3t - 2 = 18 \Rightarrow t = \frac{20}{3}$:
- դ) Եթե ծորակները գործեն t թույլ, ապա առաջինը կլցնի ավազանի $\frac{t}{18}$ մասը, իսկ երկրորդը $\frac{t}{9}$ մասը, քանի որ խցանը հանված է, ապա t թույլում կդատարկվի $\frac{t}{24}$ մասը: Այսպիսով՝ $\frac{t}{18} + \frac{t}{9} - \frac{t}{24} = 1 \Rightarrow \frac{4t+8t-3t}{72} = 1 \Rightarrow 9t = 72 \Rightarrow t = 8$:
2. $\frac{3^2+1}{3^2-1} + \frac{5^2+1}{5^2-1} + \frac{7^2+1}{7^2-1} + \dots + \frac{99^2+1}{99^2-1} = \frac{3^2-1+2}{3^2-1} + \frac{5^2-1+2}{5^2-1} + \dots + \frac{99^2-1+2}{99^2-1} = 1 + \frac{2}{3^2-1} + 1 + \frac{2}{5^2-1} + \dots + 1 + \frac{2}{99^2-1} = 49 + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{4 \cdot 6} + \frac{2}{6 \cdot 8} + \dots + \frac{2}{98 \cdot 100} = 49 + \frac{4-2}{2 \cdot 4} + \frac{6-4}{4 \cdot 6} + \frac{8-6}{6 \cdot 8} + \dots + \frac{100-98}{98 \cdot 100} = 49 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{100} = 49 + \frac{1}{2} - \frac{1}{100} = 49.49$:
3. $3x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 + y^2 = 3x^4 + 3x^2y^2 + 2y^4 + 2x^2y^2 + y^2 = 3x^2(x^2 + y^2) + 2y^2(x^2 + y^2) + y^2 = 3x^2 + 2y^2 + y^2 = 3(x^2 + y^2) = 3$:
4. AB կողմի վրա K կետը վերցնենք այնպես, որ $BK = BC$: Քանի որ $BC + CL = AB$, ուրեմն $AK = CL$: Նկատենք, որ BKL և BLC եռանկյունները հավասար են (առաջին հայտանիշով), հետևաբար $KL = CL$: Ստացվեց, որ $AK = KL$, ուրեմն $\angle A = \angle AKL = \alpha$, իսկ $\angle LKB = 2\alpha$ ՝ որպես AKL եռանկյան արտաքին անկյուն: Բայց քանի որ BKL և BLC եռանկյունները հավասար են, ուրեմն $\angle LKB = \angle C = 2\alpha$: Մյուս կողմից $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, այսինքն $\alpha + 120^\circ + 2\alpha = 180^\circ$, որտեղից $\alpha = 20^\circ$:

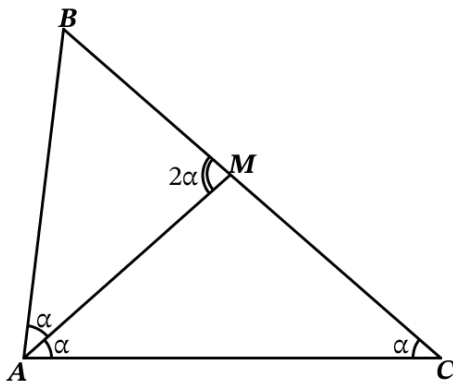


5. ABC եռանկյան մեջ B գագաթից AC հիմքին տանենք BE բարձրություն: Ըստ հատկության $AE = EC$: Նկատենք, որ ABE և AKH եռանկյունները հավասար են (ըստ էջի և համապատասխան սուր անկյան), ուրեմն $AB = AK = 3$ Ստացվեց, որ $AB + BC + AC = 3 + 3 + 2 = 8$ սմ:

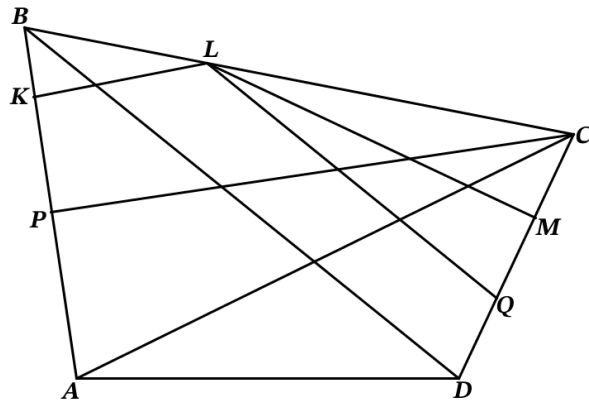


Գրավոր փուլ
8-րդ դասարան

1. ա) Դիցուք երկու ծորակները համատեղ գործելով ավազանը կարող են լցնել t րոպեում, այդ դեպքում առաջին ծորակը կլցնի ավազանի $\frac{t}{15}$ մասը, իսկ երկրորդը՝ $\frac{t}{10}$ մասը: Այսպիսով $\frac{t}{15} + \frac{t}{10} = 1 \Rightarrow \frac{2t+3t}{30} = 1 \Rightarrow 5t = 30 \Rightarrow t = 6$:
- բ) Դիցուք ավազանը լցվել է տրոպեում, այդ դեպքում երկրորդ ծորակը կլցնի ավազանի $\frac{t}{10}$ մասը, իսկ առաջինը՝ $\frac{t-2}{15}$ մասը: Այսպիսով $\frac{t}{10} + \frac{t-2}{15} = 1 \Rightarrow \frac{3t+2t-4}{30} = 1 \Rightarrow 5t - 4 = 30 \Rightarrow t = \frac{34}{5}$:
- գ) Եթե ծորակները գործեն t րոպե, ապա առաջինը կլցնի ավազանի $\frac{t}{15}$ մասը, իսկ երկրորդը $\frac{t}{10}$ մասը, քանի որ խցանը հանված է, ապա t րոպեում կդատարկվի $\frac{t}{18}$ մասը: Այսպիսով՝ $\frac{t}{15} + \frac{t}{10} - \frac{t}{18} = 1 \Rightarrow \frac{6t+9t-5t}{90} = 1 \Rightarrow 10t = 90 \Rightarrow t = 9$:
- դ) Եթե խցանը բաց լինի t րոպե, ապա ծորակներից առաջինը կլցնի ավազանի $\frac{t+3}{15}$ մասը, իսկ երկրորդը $\frac{t+3}{10}$ մասը, քանի որ խցանը հանված է, ապա t րոպեում կդատարկվի $\frac{t}{18}$ մասը: Այսպիսով՝ $\frac{t+3}{15} + \frac{t+3}{10} - \frac{t}{18} = 1 \Rightarrow \frac{6t+18+9t+27-5t}{90} = 1 \Rightarrow 10t + 45 = 90 \Rightarrow 10t = 45 \Rightarrow t = 4,5$:
2. $4x^2y - y - 4x^2 + 1 = 57 \Rightarrow 4x^2(y - 1) - (y - 1) = 57 \Rightarrow (y - 1)(4x^2 - 1) = 57 \Rightarrow (y - 1)(2x - 1)(2x + 1) = 1 \cdot 3 \cdot 19$ քանի որ $2x - 1 -$ և $2x + 1 -$ ը հաջորդական կենը թվեր են և $2x - 1 < 2x + 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 1 \\ 2x + 1 = 3 \\ y - 1 = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \\ y = 20 \end{cases}$:
3. Ենթադրենք սկզբնական թիվը $\overline{a91}$ -ն է: $\overline{a91} = a \cdot m \Rightarrow 100a + 91 = am \Rightarrow a(m - 100) = 91 \Rightarrow a = 1, a = 7, a = 13, a = 91, \overline{a91} = 191, \overline{a91} = 791, \overline{a91} = 1391, \overline{a91} = 9191$
4. Տանենք եռանկյան AM կիսորդը: Քանի որ $\angle A = 2\angle C = 2\alpha \Rightarrow \angle BAM = \angle MAC = \angle BCA = \alpha \Rightarrow \angle AMB = \angle BAC, \angle BAM = \angle ACB \Rightarrow \triangle AMB \sim \triangle ABC$: Եթե AB -ն նշանակենք x -ով, ապա ըստ խնդրի պայմանի $BC = x + 2$: Քանի որ $\angle MAC = \angle MCA = \alpha \Rightarrow AM = MC = y$ $\triangle AMB \sim \triangle ABC \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{x+2} = \frac{y}{5} \\ \frac{x}{x+2} = \frac{x+2-y}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5x}{x+2} \\ \frac{x}{x+2} = \frac{x+2-\frac{5x}{x+2}}{x} \end{cases} \Rightarrow x^2 = (x+2)^2 - 5x \Rightarrow x = 4 \Rightarrow BC = 4, AB = 6$



5. Քանի որ $\frac{DM}{MC} = \frac{CL}{LB} = 2$, եթե $BL = y, MC = x \Rightarrow DM = 2x; CL = 2y$: Նշենք DM հատվածի Q միջնակետը և միացնենք L կետին: $\triangle BDC \sim \triangle LCQ$, քանի որ $\frac{LC}{BC} = \frac{CQ}{CD}$, $\angle C$ -ն ընդհանուր է: Նկատենք, որ $\triangle LCQ$ - ն հավասարասրուն է, $LC = LQ = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3}BD \Rightarrow BC = BD$: C կետից տանենք $CP \perp AB$, քանի որ $CP \perp AB$ և $KL \perp AB \Rightarrow KL \parallel CP, \frac{BL}{LC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BK}{KP} = \frac{1}{2}, BK = z \Rightarrow KP = 2z$: $\frac{AK}{KB} = 5, BK = z \Rightarrow KA = 5z, KP = 2z \Rightarrow AP = BP = 3z, CP \perp AB \Rightarrow AC = BC = BD$:



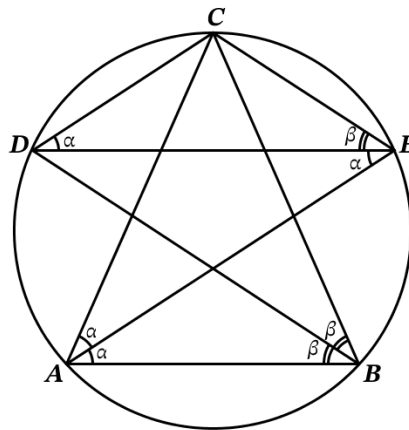
Գրավոր փուլ

9-րդ դասարան

1. ա) Դիցուք երկու ծորակները համատեղ գործելով ավազանը կարող են լցնել t րոպեում, այդ դեպքում առաջին ծորակը կլցնի ավազանի $\frac{t}{15}$ մասը, իսկ երկրորդը՝ $\frac{t}{10}$ մասը: Այսպիսով $\frac{t}{15} + \frac{t}{10} = 1 \Rightarrow \frac{2t+3t}{30} = 1 \Rightarrow 5t = 30 \Rightarrow t = 6$:
- բ) Դիցուք ավազանը լցվել է տրոպեում, այդ դեպքում առաջին ծորակը կլցնի ավազանի $\frac{t}{10}$ մասը, իսկ երկրորդը՝ $\frac{t-4}{15}$ մասը: Այսպիսով $\frac{t}{15} + \frac{t-4}{10} = 1 \Rightarrow \frac{2t+3t-12}{30} = 1 \Rightarrow 5t - 12 = 30 \Rightarrow t = \frac{42}{5}$:
- գ) Եթե ծորակները գործեն t րոպե, ապա առաջինը կլցնի ավազանի $\frac{t}{15}$ մասը, իսկ երկրորդը $\frac{t}{10}$ մասը, քանի որ խցանը հանված է, ապա t րոպեում կդատարկվի $\frac{t}{18}$ մասը: Այսպիսով՝ $\frac{t}{15} + \frac{t}{10} - \frac{t}{18} = 1 \Rightarrow \frac{6t+9t-5t}{90} = 1 \Rightarrow 10t = 90 \Rightarrow t = 9$:
- դ) Եթե ավազանը լցվել է t րոպեում, ապա ծորակներից առաջինը կլցնի ավազանի $\frac{t}{15}$ մասը, իսկ երկրորդը $\frac{t}{10}$ մասը, քանի որ խցանը հանված է եղել 3 րոպե, ապա՝ $\frac{t}{15} + \frac{t}{10} - \frac{3}{18} = 1 \Rightarrow t = 7$:
2. Հավասարումը գրենք $(x - 1 + \frac{1}{x}) \cdot (3x - 10 + \frac{3}{x}) = 20$ տեսքով: Նշանակենք $x + \frac{1}{x} = t$, կստանանք $(t - 1) \cdot (3t - 10) = 20$ կամ $3t^2 - 13t - 10 = 0$, որտեղից $t = 5$ կամ $t = -\frac{2}{3}$: Ստացվեց, որ $x + \frac{1}{x} = 5 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ կամ $x + \frac{1}{x} = -\frac{2}{3} \Leftrightarrow 3x^2 + 2x + 3 = 0$, որը լուծում չունի:

$$\begin{aligned}
 3. \quad & \begin{cases} (x - \sqrt{x^2 + 1})(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = x - \sqrt{x^2 + 1} \\ (y - \sqrt{y^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1})(x + \sqrt{x^2 + 1}) = y - \sqrt{y^2 + 1} \end{cases} \Rightarrow \\
 & \begin{cases} -y - \sqrt{y^2 + 1} = x - \sqrt{x^2 + 1} \\ -x - \sqrt{x^2 + 1} = y - \sqrt{y^2 + 1} \end{cases} + \Rightarrow -y - \sqrt{y^2 + 1} - x - \sqrt{x^2 + 1} = x - \sqrt{x^2 + 1} + y - \\
 & -\sqrt{y^2 + 1} \Rightarrow -x - y = x + y \Rightarrow x + y = 0
 \end{aligned}$$

4. Քանի որ $DB \parallel CE, DE \parallel AB$ և $DC \parallel AE, DE \parallel AB \Rightarrow \angle CED = \angle DBA = \angle DBC = \beta, \angle CDE = \angle EAB = \angle CAE = \alpha, DC \parallel AE \Rightarrow \angle CDE = \angle DEA = \alpha$: Գծագրից երևում է, որ $D; C; E; A$ կետերը, ինչպես նաև $D; C; E; B$ կետերը գտնվում են միևնույն շրջանագծերի վրա: Հետևաբար բոլոր հինգ կետերը միևնույն շրջանագծի վրա են: Քանի որ $\angle DEA = \angle DBA \Rightarrow \alpha = \beta \Rightarrow \angle CAB = \angle CBA \Rightarrow AC = BC$:



5. Դիցուք O -ն մեծ շրջանագծի կենտրոնն է, իսկ O_1 -ը և O_2 -ը համապատասխանաբար փոքր և միջին շրջանագծերի կենտրոնները: Դժվար չէ նկատել, որ $O_1O = r_2 = AO_2$ և $BO_1 = r_1 = OO_2$; $\angle BO_1A = \angle OO_2D \Rightarrow \angle BO_1O = \angle OO_2D \Rightarrow BO = OD$; $OH \perp BD \Rightarrow BH = HD$, բայց $CH = HD \Rightarrow CB = DE$:

