

5-րդ դասարան

1. Քանի որ առաջինը վճարեց անհրաժեշտ գումարի  $\frac{3}{5}$  մասը, ապա մնում էր վճարել այդ գումարի  $\frac{2}{5}$  մասը: Երբ երկրորդը վճարեց այդ  $\frac{2}{5}$ -րդ մասի  $\frac{2}{5}$ -ը, այսինքն համակարգչի ամբողջ գնի  $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$  մասը, ապա մնաց վճարելու անհրաժեշտ գումարի  $1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{25}\right) = \frac{6}{25}$  մասը, որն էլ հավասար է 30000 դրամ (երրորդի կատարած վճարումը): Հետևաբար, համակարգիչն արժե  $\frac{25}{6} \cdot 30000 = 125000$  դրամ:

Պատ՝ 125000 դրամ :

2. Նկատենք, որ Կարենը 5 տարով փոքր է Արմենից: Եթե Կարենի տարիքը նշանակենք  $x$ -ով, այդ դեպքում Արմենի տարիքը կլինի  $x + 5$ : Հինգ տարի անց Կարենը կլինի  $x + 5$  տարեկան, Արմենը՝  $x + 10$  տարեկան, իսկ հայրիկը՝  $2(x + 5 + x + 10)$ : Այսպիսով այժմ նրանց տարիքներն են.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Կարեն } x \\ \text{Արմեն } x + 5 \\ \text{հայրիկ } 4x + 25 \end{array} \right\} 48 \Rightarrow x + x + 5 + 4x + 25 = 48 \Rightarrow x = 3:$$

Պատ՝ Կարեն՝ 3 տարեկան  
Արմեն՝ 8 տարեկան  
Հայրիկ 37 տարեկան

3. Որպեսզի  $\overline{2**2}$  բաժանվի 9-ի, նրա թվանշանների գումարը պետք է բաժանվի 9-ի:  $2 + 2 = 4$ , ուրեմն  $(* + *)$ -ը կարող էլինել 5 կամ 14 : Մնում է գտնել բոլոր այն թվանշանների գույգերի քանակը, որոնց գումարը կլինի 5 կամ 14: Կունենանք:

$$\begin{array}{ll} 0 + 5 = 5 & \text{և} & 5 + 9 = 14 \\ 1 + 4 = 5 & & 6 + 8 = 14 \\ 2 + 3 = 5 & & 7 + 7 = 14 \\ 3 + 2 = 5 & & 8 + 6 = 14 \\ 4 + 1 = 5 & & 9 + 5 = 14 \\ 5 + 0 = 5 & & \end{array}$$

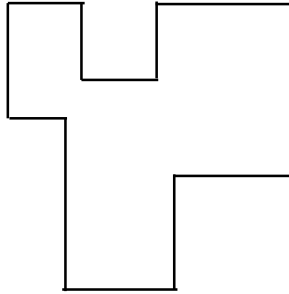
Ընդհանուր  $6 + 5 = 11$  հատ

Պատ՝ 11 հատ:

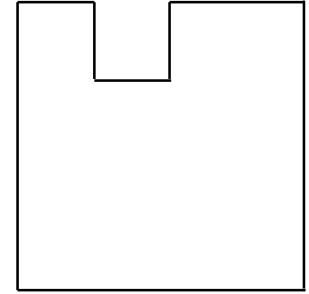
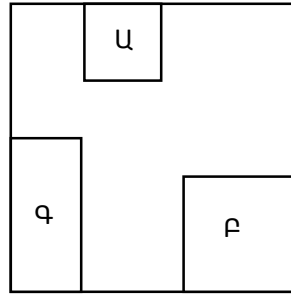
4. Քանի որ 100-ը  $n$ -ի բաժանելիս ստացվում է 4 մնացորդ, ուրեմն  $100 - 4 = 96$ -ը բաժանվում է  $n$ -ի և  $n > 4$  : Նմանապես, քանի որ 90-ը  $n$ -ի բաժանելիս ստացվում է 18 մնացորդ, ուրեմն  $90 - 18 = 72$ -ը բաժանվում է  $n$ -ի և  $n > 18$  : Այսպիսով,  $n$ -ը հանդիսանում է 96-ի և 72-ի ընդհանուր բաժանարար և  $n > 18$ , հետևաբար  $n = 24$ :

Պատ՝  $n = 24$ :

5.



նկ.1



նկ.2

Նկատենք, որ ստացված պատկերի պարագիծը՝ նկ.1 և նկ. 2-ում պատկերված պատկերի պարագիծը իրար հավասար են՝  $10+10+10+10+2+2=44$ :

Պատ.՝ 44 սմ:

6-րդ դասարան

1. Պարզ է, որ գնորդներից յուրաքանչյուրը գրախանութում վճարեց միևնույն գումարը: Ենթադրենք մեկ տետրի գինը գրախանութում  $x$  դրամ էր: Այդ դեպքում առաջին գնորդը յուրաքանչյուր տետրը կվերավաճառի  $2x$  դրամով և կստանա  $60 \cdot 2x$  դրամ, իսկ երկրորդ գնորդը առաջին 15 տետրերից յուրաքանչյուր կվերավաճառի  $1,6x$  դրամով և կստանա  $15 \cdot 1,6x$  դրամ, այնուհետև յուրաքանչյուր տետրի գինը թանկացնելով ևս  $40\%$ -ով, կստանա  $45 \cdot 1,6x \cdot 1,4$  դրամ: Ըստ խնդրի պայմանի կստացվի  $60 \cdot 2x + 1200 = 15 \cdot 1,6x + 45 \cdot 1,6x \cdot 1,4$  հավասարումը, որտեղից  $x = 250$ :

Պատ.՝ 250 դրամ :

2. Դիցուք մեկ գրիչն արժե  $a$  դրամ, իսկ մեկ տետրը՝  $b$  դրամ: Այդ դեպքում  $19a + 76b = 1710$  կամ  $19(a + 4b) = 1710$ , որտեղից  $a + 4b = 90$ , ուրեմն  $9a + 36b = 810$ :

Պատ.՝ 810 դրամ:

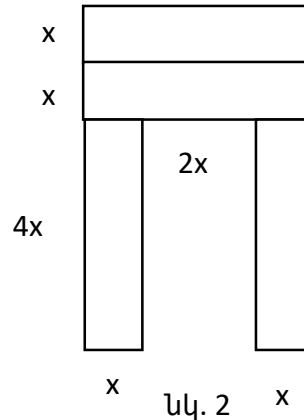
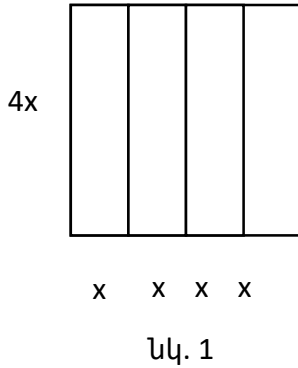
3. Տրված արտահայտությունը գրենք  $\overline{U\underline{F}\underline{Q}} + \overline{F\underline{Q}\underline{T}} + \overline{Q\underline{T}\underline{E}} + \overline{T\underline{E}\underline{U}} + \overline{E\underline{U}\underline{F}} = 2997$  տեսքով կամ  $100U + 10F + Q + 100F + 10Q + T + 100Q + 10T + E + 100T + 10E + U + 100E + 10U + F = 2997$  տեսքով, որտեղից  $111U + 111F + 111Q + 111T + 111E = 2997$  կամ  $111(U + F + Q + T + E) = 2997$  հետևաբար  $U + F + Q + T + E = 27$ :

Պատ.՝ 27:

4. Որակով դետալների քանակը նշանակենք  $x$ , իսկ անորակ դետալների քանակը՝  $y$ : Այդ դեպքում  $800x - 500y = 1300$  կամ  $8x - 5y = 13$ : Հավասարումը գրենք  $8(x+y) = 13(1+y)$  տեսքով և նկատենք, որ  $(x+y)$ -ը բաժանվում է 13-ի, ընդ որում  $(x+y) \leq 20$ : Ուրեմն  $x+y=13$ , որտեղից  $x=6$ ,  $y=7$ :

Պատ.՝ 13 :

5. Նշանակենք  $x$ -ով որևէ ուղղանկյան լայնությունը, այդ դեպքում, ըստ նկ. 1-ի, քառակուսու կողմի երկարությունը կլինի՝  $4x$  : Ըստ նկ. 2-ի՝  $6x + 4x + 6x + x + 4x + 2x + 4x + x = 56$ , որտեղից՝  $x = 2$  : Իսկ առաջին նկարում պատկերված քառակուսու պարագիծը կլինի՝  $4 \cdot 4x = 16x = 32$  : Պատ՝ 32 սմ :



#### 7-րդ դասարան

1. Առաջին գրադարակի գրքերի քանակը նշանակենք  $x$ -ով, երկրորդինը՝  $y$ -ով, իսկ երրորդինը՝  $z$ -ով: Տեղափոխությունից հետո առաջինում կլինի  $x$  գիրք, երկրորդում՝  $y + 3$ , իսկ երրորդում՝  $z - 3$ : Ըստ խնդրի պայմանների.

$$\begin{cases} x + y + z = 52 \\ x = z - 3 \\ y + 3 = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x = 52 \\ z = x + 3 \\ y = 2x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = 23 \\ z = 16 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 13 \\ \text{Պատ. } y &= 23 \\ z &= 16 \end{aligned}$$

2. Հավասարությունը գրենք  $x^2 - 25y^2 - 3x + 15y = 0$  կամ  $(x - 5y)(x + 5y) - 3(x - 5y) = 0$  տեսքով, որտեղից  $(x - 5y)(x + 5y - 3) = 0$  : Քանի որ  $x \geq 1$  և  $y \geq 1$  ( $x$ -ը և  $y$ -ը բնական թվեր են), ուրեմն  $x + 5y - 3 \geq 3$ , հետևաբար վերջին հավասարությունից բխում է, որ  $x - 5y = 0$ , որտեղից  $x = 5y$  կամ  $\frac{x}{y} = 5$  :

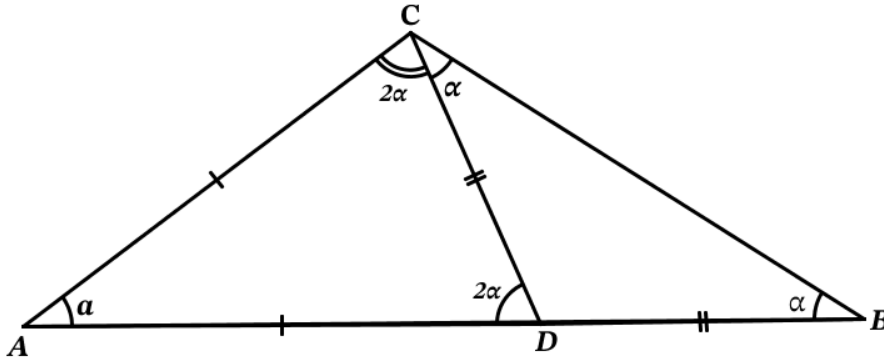
$$\text{Պատ. } 5 :$$

3. Նկատենք, որ  $2^n - 2^{n-1} = 2^{n-1}$ , այսինքն  $2^{2022} - 2^{2021} = 2^{2021}$ ,  $2^{2021} - 2^{2020} = 2^{2020}$  և այլն, հետևաբար  $2^{2022} - 2^{2021} - 2^{2020} - \dots - 2^2 - 2 - 1 = (2^{2022} - 2^{2021}) - 2^{2020} - 2^{2019} - \dots - 2^2 - 2 - 1 = (2^{2021} - 2^{2020}) - 2^{2019} - \dots - 2^2 - 2 - 1 = \dots = 2 - 1 = 1$  :

$$\text{Պատ. } 1 :$$

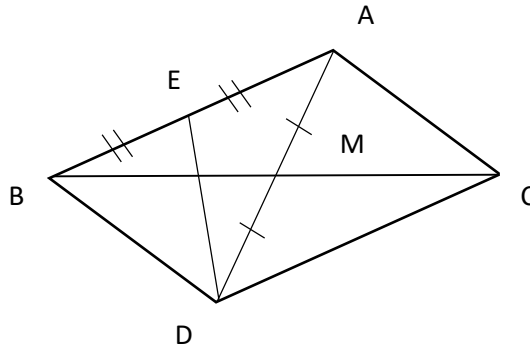
4. Նշանակենք  $\angle A = \alpha = \angle B$  : Քանի որ  $DC = DB$ , ապա  $BCD$  եռանկյան մեջ  $\angle DCB = \angle DBC = \alpha \Rightarrow \angle ADC = 2\alpha$  (որպես  $BCD$  եռանկյան արտաքին անկյուն): Մյուս կողմից

$AC = AD$ , ուրեմն  $ACD$  եռանկյան մեջ  $\angle ACD = \angle ADC = 2\alpha$ : Քանի որ  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \alpha + 3\alpha = 180^\circ$ , որտեղից  $\alpha = 36^\circ$ , հետևաբար  $\angle ACB = 3\alpha = 108^\circ$ :



Պատ՝  $108^\circ$ :

5.  $AM$ -ը շարունակենք  $MD=AM$  չափով: Դժվար չէ տեսնել, որ այդ դեպքում  $\triangle AMC = \triangle DMB$ : Հետևաբար  $\angle MAC = \angle BDM$ :  $ABD$  եռանկյան մեջ տանենք  $DE$  միջնագիծը և նկատենք, որ  $AE=AD$ , այսինքն եռանկյունի  $AED$ -ն կլինի հավասարակողմ եռանկյուն: Մյուս կողմից, քանի որ  $DE = \frac{1}{2}AB$ , ուրեմն  $AED$ -ն կլինի ուղղանկյուն եռանկյուն՝  $\angle BDA = 90^\circ = \angle MAC$ , հետևաբար  $\angle BAC = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$ :



Պատ՝  $150^\circ$ :

### 8-րդ դասարան

1. Դիցուք Ճանապարհի երկարությունը  $S$  կմ է: Հեծանվորդն անցավ  $\frac{7S}{15} + 40$  կմ, այսինքն նրան մնաց անցնելու  $\frac{8S}{15} - 40$  կմ, որը հավասար է  $0,75S - 118$  կմ: Այսպիսով՝  
 $\frac{8S}{15} - 40 = \frac{3S}{4} - 118 \Rightarrow \frac{3S}{4} - \frac{8S}{15} = -40 + 118 \Rightarrow \frac{13S}{60} = 78 \Rightarrow S = 360$  կմ:

Պատ՝ 360 կմ:

2. Հավասարումը գրենք հետևյալ տեսքով.  $512x^3 - x^3 - 3x^2 - 3x = 1$ , որտեղից  $512x^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$  կամ  $512x^3 = (x + 1)^3 \Rightarrow 8x = x + 1 \Rightarrow x = \frac{1}{7}$ :

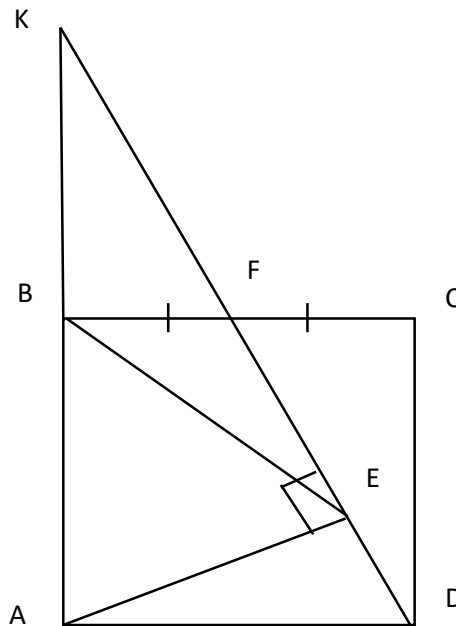
Պատ՝  $\frac{1}{7}$ :

3. Քանի որ  $x_1$ -ն հավասարման արմատ է, ուրեմն  $x_1^2 - x_1 - 2022 = 0$ , որտեղից կստանանք  $x_1^2 = x_1 + 2022$ , իսկ Վիետի թեորեմի համաձայն  $x_1 + x_2 = 1$ : Հետևաբար  $x_1^2 + x_2 = x_1 + 2022 + x_2 = 1 + 2022 = 2023$ :

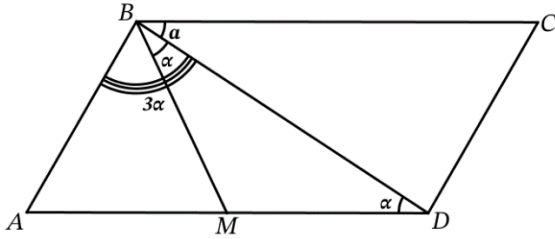
Պատ՝ 2023:

4. Շարունակենք DF հատվածը և դրա ու AB ճառագայթի հետ հատման կետը նշանակենք K-ով: Պարզ է, որ BKF և DFC եռանկյունները հավասար են (ըստ էջի և սուր անկյան), հետևաբար BK=CD: Նկատենք, որ AKE ուղղանկյուն եռանկյան մեջ EB-ն՝ ներքնաձիգին տարված միջնագիծ է և ըստ հատկության՝  $EB = \frac{1}{2}AK = 1$ :

Պատ՝ 1 սմ:



5. Ըստ խնդրի պայմանների  $\angle CBD = \alpha$ ;  $\angle ABD = 3\alpha$ ;  $AB = x$ ;  $AD = 2x$ :  $AD$  կողմի վրա նշենք  $M$  կետն այնպես, որ  $\angle MBD = \alpha$ :  $BC \parallel AD$ ;  $BD$  - ն հատող է  $\Rightarrow \angle BCD = \angle BDM = \alpha$ :  $\angle MBD = \alpha = \angle BDM \Rightarrow BM = MD$ :  $\angle AMB$  - ը  $\triangle MBD$  - ի արտաքին անկյուն է  $\Rightarrow \angle AMB = \alpha + \alpha = 2\alpha$ : Քանի որ  $\left. \begin{array}{l} \angle MBD = \alpha \\ \angle ABD = 3\alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \angle ABM = 2\alpha \\ \angle BMA = 2\alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} AB = AM \\ AB = x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} AM = x \\ AD = 2x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} MD = x \\ BM = MD \end{array} \right\} \Rightarrow BM = x$ : Այսպիսով  $\triangle ABM$  - ը կանոնավոր է, քանի որ  $AM = x$ ;  $AB = x$ ;  $BM = x \Rightarrow 2\alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$ :  $\angle A = \angle C = 60^\circ$ ;  $\angle B = \angle D = 120^\circ$ :



Պատ՝  $\angle A = \angle C = 60^\circ$ ;  $\angle B = \angle D = 120^\circ$ :

### 9-րդ դասարան

- Նշանակենք  $x$ -ով ամուսնու տարիքը այն պահին, երբ նա պարզեց, որ իր կյանքի կեսը ամուսնացած է եղել կնոջ հետ: Այդ ժամանակ կինը կլինի  $x-6$  տարեկան: Ուրեմն, ըստ խնդրի պայմանի, ամուսնանալու ժամանակ ամուսինը և կինը եղել են համապատասխանաբար  $\frac{x}{2}$  և  $(\frac{x}{2} - 6)$  տարեկան: Մյուս կողմից, ըստ կնոջ բացահայտման կունենաք  $x + 8 - (\frac{x}{2} - 6) = \frac{2}{3}(x + 8)$  հավասարումը, որտեղից  $x=52$ : Փաստորեն ամուսնանալու ժամանակ ամուսինը և կինը եղել են համապատասխանաբար 26 և 20 տարեկան, իսկ ոսկե հարսանիքը նշելու պահին, այսինքն 50 տարի անց, նրանք կլինեն 76 և 70 տարեկան:

Պատ՝ 76 և 70:

- Նախ նկատենք, որ ցանկացած (այլ ոչ միայն ամբողջ)  $x$  և  $y$  թվերի համար  $2|x||y| \leq x^2 + y^2 \Leftrightarrow (|x| - |y|)^2 \geq 0$ , ընդ որում հավասարություն տեղի ունի միայն, երբ  $|x| = |y| \Leftrightarrow y = \pm x$ : Հետևաբար  $|\frac{2xy}{x^2+y^2}| \leq 1$  ( $x^2 + y^2 \neq 0$ ) և հավասարությունը տեղի ունի միայն, երբ  $y = \pm x$ :

Առաջին դեպք.  $x = y = 0$ ՝ բավարարում է տրված հավասարմանը:

Երկրորդ դեպք.  $x^2 + y^2 \neq 0$ , այդ դեպքում հավասարումը գրենք հետևյալ տեսքով.

$$3x - y - 15 = \frac{2xy}{x^2+y^2}:$$

$$\text{Քանի որ } x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3x - y - 15 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{2xy}{x^2+y^2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{2xy}{x^2+y^2} = 0; 1; -1:$$

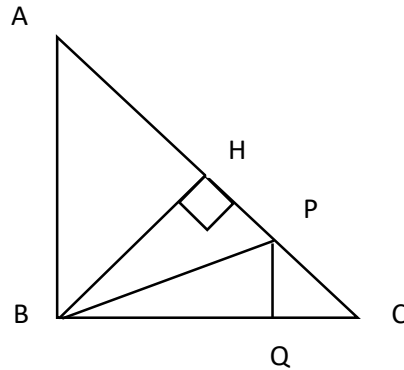
$$\text{ա) } \frac{2xy}{x^2+y^2} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -15 \text{ կամ } y = 0 \Rightarrow x = 5:$$

$$\text{բ) } \frac{2xy}{x^2+y^2} = 1 \Rightarrow x = y \text{ և } 3x - y - 15 = 1 \Rightarrow x = 8, y = 8:$$

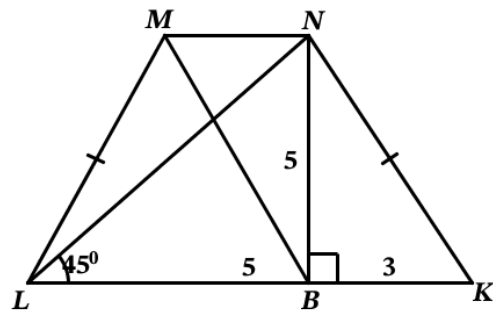
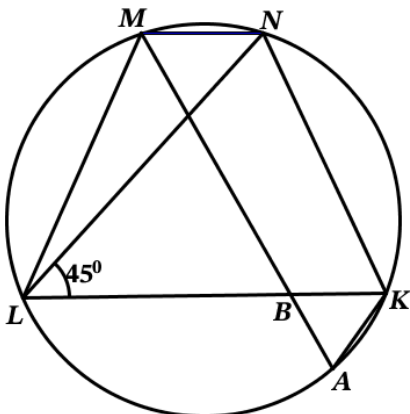
$$\text{գ) } \frac{2xy}{x^2+y^2} = -1 \Rightarrow y = -x \text{ և } 3x - y - 15 = -1 \Rightarrow x = \frac{7}{2}, y = -\frac{7}{2}, \text{ որը չի բավարարում տրված հավասարմանը:}$$

Պատ՝  $(0; 0), (0; -15), (5; 0), (8; 8)$ :

3.  $1 + 13 + 13^2 + 13^3 + 13^4 + \dots + 13^{2021} + 13^{2022} = 1 + 13(1 + 13) + 13^3(1 + 13) + \dots + 13^{2021}(1 + 13) = 1 + 13 \cdot 14 + 13^3 \cdot 14 + \dots + 13^{2021} \cdot 14 = 1 + 14(13 + 13^3 + \dots + 13^{2021})$ : Այսպիսով  $1 + 13 + 13^2 + 13^3 + 13^4 + \dots + 13^{2021} + 13^{2022}$ -ը չի բաժանվում 7-ի:
4. Միացնենք B և P կետերը, և նկատենք, որ  $\angle HBP = 90^\circ - \angle APB = 90^\circ - \angle ABP$  (քանի որ ABP-ն հավասարասրուն եռանկյուն է՝  $\angle APB = \angle ABP$ ): Ստացվեց, որ  $\angle HBP = 90^\circ - \angle ABP = \angle ABC - \angle ABP = \angle CBP$ : Մյուս կողմից՝ HBP և QBP եռանկյունները հավասար են (քանի որ  $BQ = BH$ ,  $\angle HBP = \angle CBP$ , BP-ը նդհանուր է), հետևաբար  $\angle BQP = \angle BHP = 90^\circ = \angle ABC$ : Իսկ եթե  $\angle BQP = 90^\circ = \angle ABC$ , ուրեմն PQ և AB ուղիղները զուգահեռ են:



5. Նկատենք, որ  $\angle LMB = \angle AKB$  և  $\angle MLK = \angle MAK$  որպես նույն աղեղի վրա հենված ներգծյալ անկյուններ, հետևաբար  $\triangle LMB$  և  $\triangle AKB$  եռանկյունները նման են, ուրեմն՝  $\frac{LM}{AK} = \frac{LB}{AB} = \frac{MB}{BK}$  (1): Նկատենք նաև, որ  $\triangle LMNK$ -ն հավասարասրուն սեղան է, և, քանի որ  $BK = \frac{8-2}{2} = 3$ , ուրեմն NB-ն բարձրություն է: LNB եռանկյան մեջ  $NB = 5 \Rightarrow MB = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}$ , իսկ  $\triangle NBK$  եռանկյան մեջ  $NK = LM = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$ : Այսպիսով (1)-ից ստանում ենք.  $\frac{\sqrt{34}}{AK} = \frac{\sqrt{29}}{3} \Rightarrow AK = \frac{3 \cdot \sqrt{34}}{\sqrt{29}}$ :



$$\text{Answer: } \frac{3\sqrt{34}}{\sqrt{29}} :$$