Օժտված երեխաների մրցույթ «Քվանտ-2020»

Երրորդ փուլ

8-րդ դասարան

Լուծումներ

1. *Արամն ամեն օր դպրոցից տուն է վերադառնում նույն ժամին՝ քայլելով նույն արագությամբ: Սակայն հինգշաբթի օրը նա շտապում էր և նախատեսված ժամանակի 2/3-ի ընթացքում անցավ ամբողջ ճանապարհի 3/4-ը: Դրանից հետո Արամը հոգնեց և սկսեց քայլել ավելի դանդաղ, բայց ամեն օրվա պես տուն հասավ նույն ժամին: Որքա՞ն է Արամի հինգշաբթի օրվա տուն վերադառնալու առաջին և երկրորդ մասերի արագությունների հարաբերությունը:*

Լուծում: Ենթադրենք, որ ճանապարհը դպրոցից տուն հավասար է S-ի և Արամն այդ ճանապարհը սովորաբար անցնում է t ժամանակում (ճանապարհի և ժամանակի միավորներն էական չեն): Ըստ խնդրի պայմանի Արամը հինգշաբթի օրը $\frac{3S}{4}$ ճանապարհը անցավ $\frac{2t}{3}$ ժամանակում : Հետևաբար, $v_1 = \frac{3S}{4} : \frac{2t}{3} = \frac{9S}{8t}$: Այնուհետև մնացած ճանապարհը՝ $\frac{S}{4}$ –ը, Արամը անցավ $\frac{t}{3}$ ժամանակում (քանի որ հասավ տուն իր սովորական ժամին): Այսպիսով, $v_2 = \frac{S}{4} : \frac{t}{3} = \frac{3S}{4t}$: Եվ վերջապես, $v_1 : v_2 = \frac{9S}{8t} : \frac{3S}{4t} = \frac{3}{2}$:

Պատ.՝ $\frac{3}{2}$:

2. Հայտնի է, որ ինչ որ n բնական թվի համար

$$n! = 2^{19} \cdot 3^9 \cdot 5^4 \cdot 7^3 \cdot 11^2 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19:$$

Գտնել n-ի արժեքը ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$):

Լուծում: Քանի որ հավասարության աջ մասում առկա է 19-ը, ուրեմն $n \geq 19$: Բացի այդ, քանի որ աջ մասում առկա են 5^4 և 11^2 , հետևաբար $n \geq 20$, $n \geq 22$: Եվ քանի որ աջ մասում չկա 23, ուրեմն $n \leq 22 \Rightarrow n = 22$: Անհրաժեշտության դեպքում դժվար չէ նաև համոզվել, որ 22!-ը իրոք համընկնում է աջ մասի արտահայտության հետ:

Պատ.՝ 22 :

3. Գտնել իրենց գրառման մեջ 0 թվանշանը չպարունակող բոլոր այն եռանիշ թվերի քանակը, որոնք և՛ իրենք են բաժանվում 6-ի, և՛ իրենց թվանշանների կամայական տեղափոխության արդյունքում ստացվող եռանիշ թիվը:

Լուծում: Քանի որ որպեսզի թիվը բաժանվի 6-ի, անհրաժեշտ է, որ այն բաժանվի և՛ 2-ի, և՛ 3-ի, ապա՝ ելնելով խնդրի պայմանից, եզրակացնում ենք, որ փնտրվող եռանիշ թվերի թվանշանների գումարը պիտի բաժանվի 3-ի և այդ թվանշաններն են միայն 2-ը, 4-ը, 6-ը և 8-ը : Դասակարգելով ըստ կրկնվող թվանշանների քանակի, ստանում ենք հետևյալ 22 թվերը.

222, 444, 666, 888,

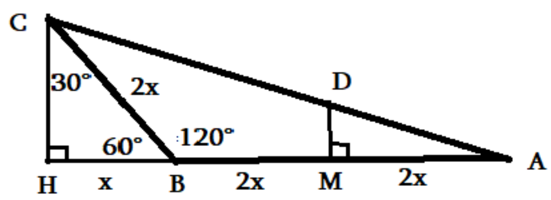
228, 282, 822, 882, 828, 288,

468, 486, 648, 684, 846, 864, 246, 264, 426, 462, 642, 624

Պատ.՝ 22 :

4. ABC եռանկյան մեջ <B=120⁰ և AB=2BC: AB կողմի միջնուղղահայացը հատում է AC կողմը D կետում: Գտնել AD:DC հարաբերությունը:

Լուծում: C գագաթից AB կողմի շարունակության վրա իջեցնենք CH ուղղահայացը: Քանի որ **<B=120° ⇒** <**CBH=60°** ⇒ **<BCH=30° ⇒** BH=x, BC=2x: Ըստ խնդրի պայմանի AB=2BC ⇒ AM=BM=2x, որտեղ M-ը AB հատվածի միջնակետն է: Այնուհետև <CAH-ին կիրառենք Թալեսի ընդհանրացված թեորեմը, կունենանք՝



$$\frac{AD}{DC} = \frac{AM}{MH} = \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$$

Պատ.՝ $\frac{2}{3}$:

5. Լուծել $2x^2 - xy - 3x + y + 1 = 0$ հավասարումը, եթե հայտնի է, որ $x \geq y \geq 1$

Լուծում: Ձևափոխենք հավասարման ձախ մասը.

$$\boldsymbol{2x^2 - 2x - x + 1 - xy + y = 0}$$

$$\boldsymbol{2x(x-1) - (x-1) - y(x-1) = 0}$$

$$\boldsymbol{(x-1)(2x-1-y) = 0}$$

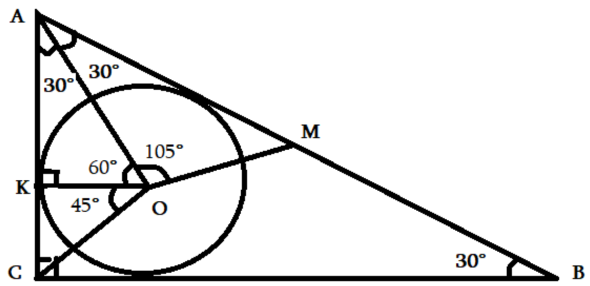
I դեպք. x-1=0 ⇒ x=1 ⇒ y=1, քանի որ x≥ y ≥ 1 (ըստ պայմանի):

I I դեպք. 2x-1-y=0 ⇒ y=2x-1≤x ⇒ x≤ 1⇒ x=1, y=1:

Պատ.՝ x=1, y=1 :

6. Ուղղանկյուն եռանկյան մեջ $\angle A = 60^0$, M-ը AB ներքնաձգի միջնակետն է, O-ն եռանկյանը ներգծված շրջանագծի կենտրոնը: Գտնել $\angle MOA$-ն:

Լուծում: Նախ նկատենք, որ **<A=60**° ⇒ <**B**=30° ⇒ AC =$\frac{AB}{2}$ = AM : Բացի այդ, քանի որ AO -ն կիսորդ է, ապա <CAO = <MAO = **30° :** Հետևաբար, եռանկյուններ MAO-ն և CAO -ն հավասար են երկու կողմերով և նրանցով կազմած անկյունով ⇒ <MOA = <COA= <**C**OK+ <**K**OA = 45°+ 60°= 105° :



Պատ.՝ 105° :